1. P,Q,R Ⱶ (P∧Q)→R. Довести.

1. P,Q Ⱶ P∧Q (Лема).
2. P∧Q,R Ⱶ P∧Q→R (Лема).
3. ⊢ P∧Q →( R → (P∧Q→R)) (Теорема дедукції)

Розглянемо послідовність:

P, Q , … , P∧Q, P∧Q →( R → (P∧Q→R)), R → (P∧Q→R), R, P∧Q→R.

Вона є виведенням формули P∧Q→R із P,Q,R.

2. Дослідити формулу:

∀x(P(x) → ¬Q(x)) → ¬(∃xP(x) ∧∀xQ(x)).

¬(∀x(P(x) → ¬Q(x)) → ¬(∃xP(x) ∧∀xQ(x))) =

∀x(P(x) → ¬Q(x)) ∧ ∃xP(x) ∧∀xQ(x) = (елімінація імплікації)

∀x(¬P(x) ∨¬Q(x)) ∧ ∃xP(x) ∧ ∀xQ(x) = (елімінація імплікації)

∀x((¬P(x) ∨¬Q(x)) ∧ Q(x) ) ∧ ∃xP(x) = (формула 5)

∀x∃z ((¬P(x) ∨¬Q(x)) ∧ Q(x) ∧ P(z)) ≈ (формула 8)

∀x ((¬P(x) ∨¬Q(x)) ∧ Q(x) ∧ P(f(x))) (стандартна форма)

M = {¬P(x) ∨ ¬Q(x), Q(x), P(f(x)} – множина диз’юнктів.

E = {a, f(a), …} – ербранівський універсум

Множини констант різних рівнів:

H0 = {a}, H1 = { a, f(a) }, H2 = { a, f(a) , f(f(a))}, …

Множинa основних прикладів диз’юнктів для констант рівня 0 та відповідна множина резольвент:

S0 = {¬P(a) ∨ ¬Q(a), Q(a), P(f(a)} R0 = {¬P(a)}

Множинa основних прикладів диз’юнктів для констант рівня 1 та відповідна множина резольвент:

:

S0 = {¬P(a) ∨ ¬Q(a), Q(a), P(f(a)} R0 = {¬P(a)}

S1 = {¬P(f(a)) ∨ ¬Q(f(a)), Q(f(a)), P(f(f(a))} R1 = {¬P(f(a))}

S2 = {¬P(a) ∨ ¬Q(a), Q(a), P(f(f(a))} R2 = {¬P(a)}

S3 = {¬P(a) ∨ ¬Q(a), Q(f(a)), P(f(a)} R3 = ∅

S4 = {¬P(f(a)) ∨ ¬Q(f(a)), Q(a), P(f(a)} R4 = {¬Q(f(a))}

S5 = {¬P(f(a)) ∨ ¬Q(f(a)), Q(f(a)), P(f(a)} R5 = {¬Q(f(a)), }

S6 = {¬P(f(a)) ∨ ¬Q(f(a)), Q(a), P(f(f(a))}

S7 = {¬P(a) ∨ ¬Q(a), Q(f(a)), P(f(f(a))}

Формула – тавтологія.